骨組構造解析の分類

●平面解析（2次元）

★静定　→・力のつり合い式

（∑V＝０、∑H＝０、∑M＝０）

・断面力（M、Q、N）

→応力（σ、τ）、変形

★不静定→　不静定次数低い→仮想仕事法

ひずみエネルギー法

不静定次数高い→仮想仕事法

たわみ角法

●立体解析（3次元）　→　マトリックス構造解析

コンピュータ／プログラミング　FEM（有限要素法）

たわみ角法（Slope deflection method)

1　概説

- **たわみ角法とは？**

  曲げによる回転角変位解析　→　剛接骨組構造系の解法

- **解法の概要**

  未知数としてたわみ角変位を採用

  2次以上の不静定構造解析に有利。

  ラーメン構造や両端固定梁など。

解法方程式：材端モーメント方程式　Mij、Mji

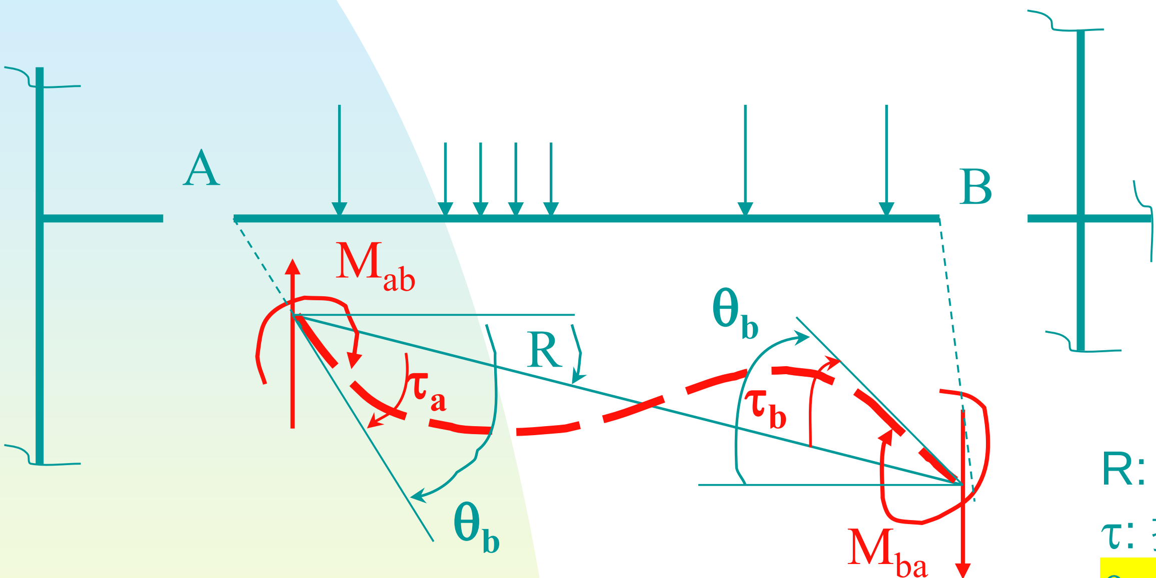
：節点方程式　Mij+Mji=T【変形適合条件】

：層方程式　Qij+Qji=P【せん断力の釣合い】

：角方程式

（1）　たわみ角

・梁構造要素：骨組構造系中から任意に切り出した梁要素AB
・ 回転角変位：たわみ角法では、時計回りを正と定義する。
（梁理論では左側の支点は時計回りを正、右側の支点は反時計周りを正。）
・最終的な解は、梁理論で示す。



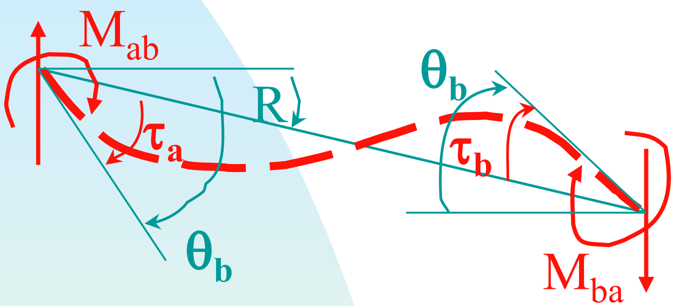
Free-body-diagram

R: 部材要素回転角（剛体回転角）
τ: 接線回転角
θ: 節点回転角（たわみ角）

$$\theta_a = \tau_a + R$$
$$\theta_b = \tau_b + R$$

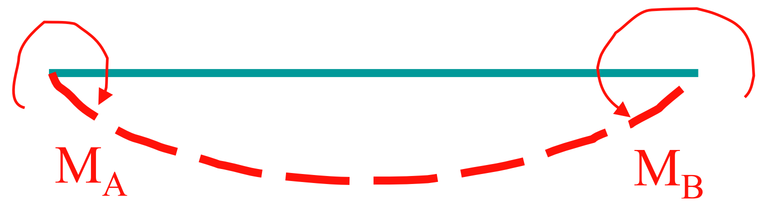
材端モーメントの符号

材端モーメント(M_{ab}、M_{ba})も
時計回りを正と定義する。



Free-body-diagram

通常の梁曲げモーメントとの関係（梁理論）
通常の梁曲げモーメント（ M_A 、 M_B ）
→一般にたわみを増大させる方向を正。
→梁下面に引張応力（ひずみ）となるのを正



$M_{ab} = \mathbf{M_A}$; $M_{ba} = -\mathbf{M_B}$

たわみ角公式

$$M_{ab} = (2EL/L)\cdot(2\theta_a + \theta_b - 3R) + C_{ab}$$
$$M_{ba} = (2EL/L)\cdot(2\theta_b + \theta_a - 3R) + C_{ba}$$

中間外力項；$C_{ab} = -2(2A-B)/L,\ C_{ba} = -2(A-2B)/L$

極めて重要な公式

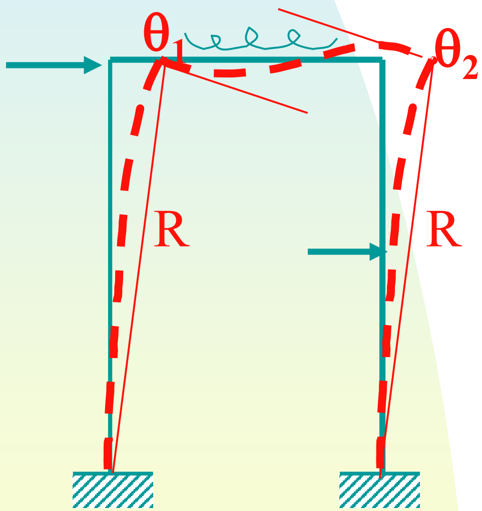
$\theta_a = \theta_b = R = 0 \longrightarrow M_{ab} = C_{ab};\ M_{ba} = C_{ba}$

4 C_{ab}，$C_{ba} \longrightarrow$ 両端固定梁とした場合の中間外力による固定端曲げモーメント（たわみ角法の符号）

たわみ角法による骨組構造解析

（１）　未知数

微小変形領域問題　→　部材伸縮・剪断変形＝０
変位が未知数となる。



節点回転角：θ
→　節点の回転により節点の数だけ生ずる。
部材要素剛体回転角：R
→　層の水平移動により層の数だけ生ずる。

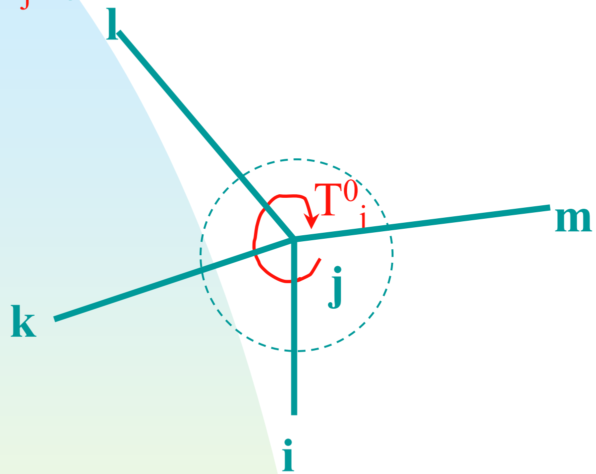
各節点での曲げモーメント釣合い条件（節点方程式）と各層での剪断力釣合い条件（層方程式）を用いて、θとRを決定する。

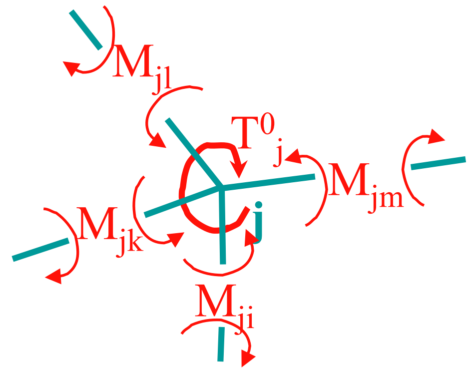
（2）　節点方程式

各節点でのモーメントの釣合い　→　節点方程式

（節点回転角の数だけ導出される）

T^0_j= j節点での外力曲げモーメント成分





j節点での曲げモーメント釣合いより

$$\sum_{i=1}^{m} M_{ji} = T^0_j$$

節点方程式(未知数θの数だけ導出)

たわみ角公式より

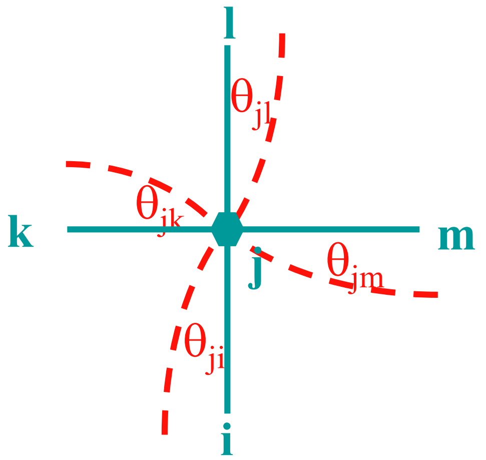
$$M_{ji} = (2EI/L_i)(2\theta_j + \theta_i - 3R_{ji}) + C_{ji}$$

従って、節点方程式はθとRの関数となる。

変形適合条件

剛接骨組構造系の微小変形適合条件
→　剛節点の変形適合条件と構造系全体の変形適合条件

<u>剛節点の変形適合条件</u>



θに関する変形適合条件
剛節点に集まる各部材端のたわみ角は、その剛節点の節点回転角に等しい。

例： **j**節点に集まる各部材端のたわみ角は、 **j**節点の節点回転角θ_jに等しい。

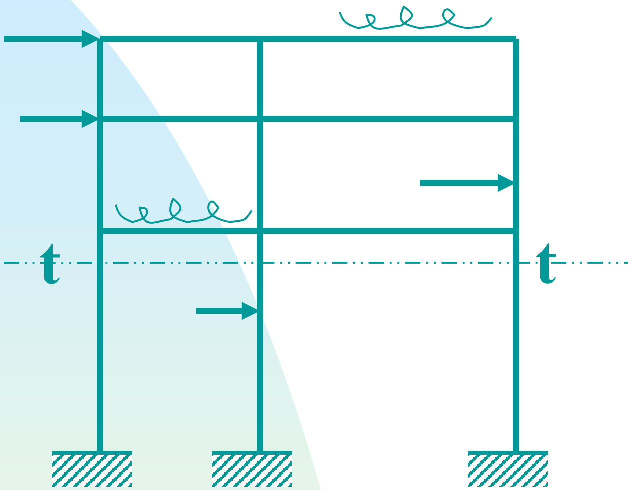
4　$\theta_{ji} = \theta_{jk} = \theta_{jl} = \theta_{jm} = \theta_j$

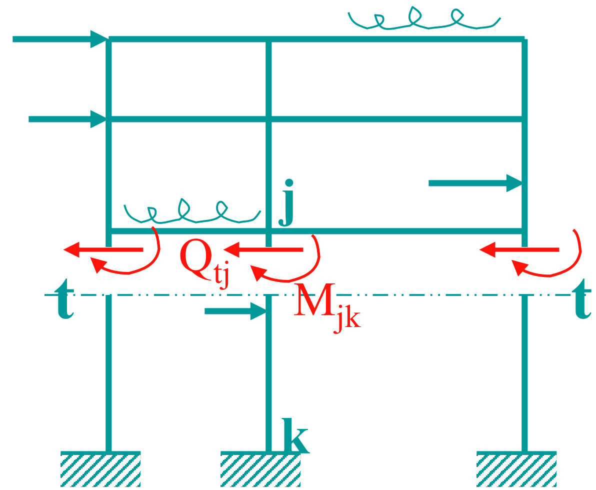
従って、未知数θは節点の数だけで適合する。

（3）　層方程式

各層での水平剪断力の釣合い　→　層方程式

（層の数だけ導出される）





t -t 層での水平剪断力の釣合いより

$$\sum_{j=1}^{n} Q_{tj} = S_t$$

⇒ 層方程式(未知数Rの数だけ導出)

S_t= **t -t**層より上側に作用している水平外力の総和

Q_{tj} = 柱の曲げモーメントの釣合いより算定

柱部材の剪断力

各柱部材の剪断力は曲げモーメントの釣合いより導出される。

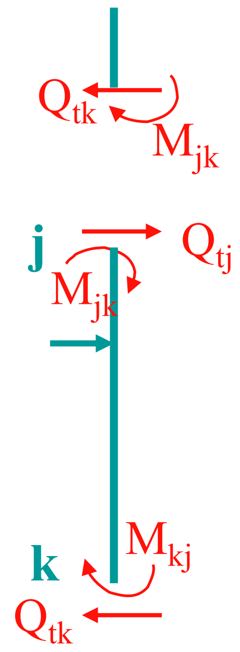
j k柱での曲げモーメント釣合いより

$M^{0}{}_{kj} + M_{kj} + M_{jk} + Q_{tj}h_t = 0$

4　$Q_{tj} = -\,(M^{0}{}_{kj} + M_{kj} + M_{jk})\ /{}_j h_t$

$M^{0}{}_{kj}$ ＝ 柱中間外力によるモーメント成分

たわみ角公式より、 M_{kj}、M_{jk}はθとRの関数で表せることから、
層方程式もθとRの関数となる。



例題：一端固定、他端単純支持梁
　　　固定端曲げモーメントは？

［１次不静定構造系故、古典的解法によれば、
不静定構造解析の手順に従い変形解析が必要
たわみ角法によれば、変形解析は必要なし。］

B端固定支持、剛体回転及び中間外力無し。

4　θ_b ＝ R ＝ 0； C_{ab}＝C_{ba} ＝ 0

たわみ角公式より、

M_{ab}＝ 4ＥＬθ_a / L； M_{ba}＝ 2ＥＬθ_a / L = M_{ab}／ 2

M_{ba}＝－M_B；T_0＝M_{ab}

4　M_B＝－M_{ba}＝－T_0 ／ 2